

Раздел: Тригонометрические функции

Тема урока: Тригонометрические уравнения

Цель урока: Рассмотреть решение тригонометрических уравнений вида $\sin x = a$

Тригонометрические уравнения вида $\sin x = a$, где a принадлежит интервалу $[-1; 1]$ решаются по формуле $x = (-1)^n \arcsin a + \Pi n$, где n – целое число

Пример 1. $\sin x = \frac{1}{2}$, по условию $a = \frac{1}{2} < 1$, значит уравнение имеет решение

$$x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{2} + \Pi n;$$

$$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \Pi n;$$

Пример 2. $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, по условию $a = \frac{\sqrt{3}}{2} < 1$, значит уравнение имеет решение

$$x = (-1)^n \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} + \Pi n$$

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + \Pi n$$

Пример 3. $\sin x = \frac{3}{2}$, по условию $a = \frac{3}{2} > 1$, значит уравнение не имеет решений

Пример 4. $\sin 2x = \frac{1}{2}$, по условию $a = \frac{1}{2} < 1$, значит уравнение имеет решение

$$2x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{2} + \Pi n$$

$$2x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \Pi n, \text{ тогда корень уравнения будет } x = (-1)^n \frac{\pi}{12} + \frac{\Pi n}{2}$$

Пример 5. $2\sin x = \sqrt{2}$, тогда $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

по условию $a = \frac{\sqrt{2}}{2} < 1$, значит уравнение имеет решение

$$x = (-1)^n \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + \Pi n$$

$$x = (-1)^n \frac{\pi}{4} + \Pi n$$

Пример 6. $\sin x (\pi + x) = \sin (-\pi/3)$, применим в левой части формулы приведения, в правой табличное значение, получим:

$$-\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ то есть } \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ тогда } x = (-1)^n \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} + \Pi n$$

$$x = (-1)^n \frac{\pi}{3} + \Pi n$$

Выполните практическую работу.

Практическая работа №9

Решите уравнения

- 1) $\sin x = 1$
- 2) $2 \sin x - 1 = 0$
- 3) $\sin 3x = 0$
- 4) $\sin x = \cos \pi$
- 5) $2 \sin \frac{x}{2} - 1 = 0$
- 6) $\cos(\frac{\pi}{2} - x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- 7) $2 \sin x (2\pi + x) = \sqrt{2}$

Решение присылайте на адрес: letavinavera@gmail.com

Раздел: Тригонометрические функции

Тема урока: Тригонометрические уравнения

Цель урока: Рассмотреть решение тригонометрических уравнений способом подстановки

Пример 1. $\text{Cos}^2x - 3\text{Cos}x + 2 = 0$, введём подстановку $\text{Cos}x = t$, получим квадратное уравнение $t^2 - 3t + 2 = 0$, решим его через дискриминант и получим корни $t_1 = 1$ и $t_2 = 2$, заменим t на $\text{Cos}x$, получим два уравнения:

$\text{Cos}x = 1$ и $\text{Cos}x = 2$ не имеет решений, так как 2 не принадлежит $[-1; 1]$

$$x = \pm 0 + 2\pi n$$

$$x = 2\pi n$$

Ответ: $x = 2\pi n$

Пример 2. $2\text{Sin}^2x + \text{Sin}x - 1 = 0$, введём подстановку $\text{Sin}x = t$, получим уравнение

$2t^2 + t - 1 = 0$, решим его через дискриминант и получим корни $t_1 = -1$ и $t_2 = \frac{1}{2}$, заменим t на $\text{Sin}x$, получим два уравнения:

$$\text{Sin}x = -1 \quad \text{и} \quad \text{Sin}x = \frac{1}{2}$$

Ответ: $x_1 = (-1)^n \left(-\frac{\pi}{2}\right) + \pi n$, $x_2 = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$

Пример 3. $3\text{Sin}^2x + 5\text{Sin}x - 2 = 0$, введём подстановку $\text{Sin}x = t$, получим уравнение

$3t^2 + 5t - 2 = 0$, решим его через дискриминант и получим корни $t_1 = -2$ и $t_2 = \frac{1}{3}$, заменим t на $\text{Sin}x$, получим два уравнения:

$$\text{Sin}x = -2, \text{ не имеет решений} \quad \text{и} \quad \text{Sin}x = \frac{1}{3}$$

$$x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{3} + \pi n;$$

Ответ: $x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{3} + \pi n;$

Пример 4.

$\text{tg}^2x - \text{tg}x - 2 = 0$, введём подстановку $\text{tg}x = t$, получим уравнение

$t^2 - t - 2 = 0$, решим его через дискриминант и получим корни $t_1 = -1$ и $t_2 = 2$, заменим t на $\text{tg}x$, получим два уравнения:

$$\text{tg}x = -1 \quad \text{и} \quad \text{tg}x = 2$$

Ответ: $x_1 = -\frac{\pi}{4} + \pi n$, $x_2 = \arctg 2 + \pi n$

Выполните практическую работу.

Практическая работа №10

Решите уравнения

- 1) $\text{Sin}^2x - 6\text{Sin}x + 5 = 0$
- 2) $2\text{Cos}^2x - 7\text{Cos}x + 3 = 0$
- 3) $\text{tg}^2x + 3\text{tg}x - 4 = 0$
- 4) $\text{tg}^2x - \sqrt{3}\text{tg}x = 0$
- 5) $\text{Sin}^2x + 6\text{Sin}x = 0$
- 6) $2\text{Cos}^2x + 5\text{Cos}x = 0$

Решение присылайте на адрес: letavinavera@gmail.com

27.04.2020 Урок №14 «Математика» в группе №12

Раздел: Тригонометрические функции

Тема урока: Тригонометрические уравнения

Цель урока: Показать умения решать тригонометрические уравнения различными способами.

Практическая работа №11

Решите уравнения

1) $2 \cos x = \frac{\sqrt{8}}{2}$

2) $\operatorname{tg}(\pi - x) + \sqrt{3} = 0$

3) $\sin\left(-\frac{x}{2}\right) + \frac{1}{2} = 0$

4) $2\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \sqrt{2} = 0$

5) $\sin\frac{\pi}{2} \operatorname{tg}(-x) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

6) $\sin^2 x - 3\sin x + 2 = 0$

7) $2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$

8) $3\operatorname{tg}^2 x + 5 \operatorname{tg} x - 2 = 0$

9) $\sin^2 x - \sin x = 0$

10) $2\cos x + 7\cos^2 x = 0$

Решение присылайте на адрес: letavinavera@gmail.com

27.04.2020 Урок №15 «Математика» в группе №12

Тема урока: Тригонометрические функции

Цель урока: Обобщить знания и умения по преобразованию тригонометрических выражений и решению уравнений. Подготовиться к контрольной работе.

Задание №1

Упростите выражения

а) $\text{Cos} \alpha - \text{Sin} \alpha \cdot \text{ctg} \alpha$ заменим $\text{ctg} \alpha$, получим: $\text{cos} \alpha - \text{sin} \alpha \frac{\text{cos} \alpha}{\text{sin} \alpha}$ сократим на $\text{sin} \alpha$ и получим $\text{cos} \alpha - \text{cos} \alpha = 0$

б) $\text{Cos} \alpha \cdot \text{tg} \alpha - 2 \text{Sin} \alpha$ сделайте сами. Ответ: $-\text{sin} \alpha$.

в) $1 + \text{tg}^2 \alpha - \frac{1}{\text{cos}^2 \alpha}$

применим формулу $1 + \text{tg}^2 \alpha = 1 / \text{cos}^2 \alpha$ и получим: $1 / \text{cos}^2 \alpha - 1 / \text{cos}^2 \alpha = 0$

г) $4(\text{Cos}^2 15^\circ - \text{Sin}^2 15^\circ)$, в скобках применим формулу $\text{cos} 2x = \text{cos}^2 x - \text{sin}^2 x$, получим

$$4 * \text{cos} 30^\circ = 4 * \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

Задание №2

Найдите $\text{Sin} x$, если $\text{Cos} x = -\frac{4}{5}$, $\frac{\pi}{2} < x < \pi$

Из условия следует, что угол X находится во второй четверти, значит синус этого угла положительный. Найдём синус по основному тождеству

$\text{Sin}^2 x + \text{Cos}^2 x = 1$, тогда $\text{Sin}^2 x = 1 - \text{Cos}^2 x = 1 - (-4/5)^2 = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}$, $\text{Sin} x = \pm \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}} = \frac{3}{5}$,

берём положительное значение, так как угол во второй четверти. Ответ: $\text{Sin} x = \frac{3}{5}$,

Задание №3

Решите уравнения

а) $3 \text{tg} 2x - \sqrt{3} = 0$ - простейшее тригонометрическое уравнение, решаем элементарно:

$$3 \text{tg} 2x = \sqrt{3}$$

$$\text{tg} 2x = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$2x = \frac{\pi}{6} + \Pi n$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{12} + \Pi n$.

б) $4 \text{Cos} x - \text{Cos}^2 x = 0$, решим способом разложения на множители

$\text{Cos} x (4 - \text{Cos} x) = 0$, получим два уравнения

$$\text{Cos} x = 0 \quad \text{или} \quad 4 - \text{Cos} x = 0$$

$$x = \pm \frac{\pi}{2} + 2\Pi n \quad \text{Cos} x = 4 \text{ не имеет решений, так как } 4 \text{ не принадлежит } [-1; 1]$$

Ответ: $x = \pm \frac{\pi}{2} + 2\Pi n$

в) $10 \text{Cos}^2 x - 3 \text{Cos} x - 1 = 0$, решаем способом подстановки. Пусть $\text{Cos} x = t$

$$10 t^2 - 3 t - 1 = 0, \text{ решая данное уравнение через дискриминант, получим: } t_1 = \frac{1}{2} \text{ и } t_2 = -\frac{1}{5}$$

$$\text{Получим два уравнения: } \text{Cos} x = \frac{1}{2} \quad \text{и} \quad \text{Cos} x = -\frac{1}{5}$$

Ответ: $x_1 = \pm \frac{\pi}{3} + 2\Pi n$, $x_2 = \pm \arccos(-\frac{1}{5}) + 2\Pi n$