Математика преподаватель Давыдова Л.Г.

(адрес dawidowa. liubov @yandex.ru)

Группа № 4«Повар,кондитер»

преподаватель Давыдова Л.Г.

(адрес dawidowa. liubov @yandex.ru)

ТЕМА: Функции

Решение. 1) Данная функция определена для тех значений x, при которых оба слагаемых имеют действительные значения. Поэтому ее областью определения является пересечение двух множеств, представляющих области определения каждого слагаемого, т. е.

$$D(f): \begin{cases} 4-x \geq 0, \\ x+2>0 \end{cases} \Rightarrow x \in (-2,4];$$

2) $f(0)=2\sqrt{4-0}+\dfrac{3}{\sqrt{0+2}}=2\cdot 2+\dfrac{3}{\sqrt{2}}=4+1{,}5\cdot\sqrt{2};$

$$f(2)=2\sqrt{4-2}+\frac{3}{\sqrt{2+2}}=2\sqrt{2}+\frac{3}{2}=2\sqrt{2}+1{,}5.$$

4.4. Способы задания функции одной переменной

Существует несколько способов задания функции:

• ***аналитический*** — в этом способе функциональная зависимость между переменными x и y выражается формулой, которая указывает совокупность тех математических операций, которые должны быть выполнены, чтобы по заданному значению аргумента найти соответствующее значение функции. При аналитическом задании функции обычно не указывается область определения (например, $y=x^4$; $S=vt$).

Функцию не следует отождествлять с формулой, с помощью которой она задана. Например, функции $y=x^2$; $x \in (-\infty; +\infty)$ и $y=x^2$; $x \in [1; 3]$, выраженные одной и той же формулой $y=x^2$, различны, так как имеют разные области определения.

С другой стороны, одна и та же функция может быть задана разными формулами на различных участках области определения. Рассмотрим, например, функцию $y=\begin{cases} 2, x \leq 0, \\ x+2, x>0. \end{cases}$ Здесь две формулы задают одну функцию, определенную на всей числовой прямой: при $x \leq 0$ значения этой функции определяются по первой формуле, а при $x>0$ — по второй.

Аналитический способ задания удобен тем, что значения функции можно вычислить при любых значениях аргумента, взятых из области определения. Этот способ является основным в математическом анализе, однако он часто оказывается неудобным для расчетов, так как сопряжен с необходимостью выполнения в каждом отдельном случае многочисленных, часто трудоемких вычислений;

• ***табличный*** — широко применяется на практике. При этом способе определяются значения функции для большого числа выбранных значений аргумента и составляются таблицы этих значений (например, тригонометрические, логарифмические и др.). Когда же опытным путем описывается функциональная зависимость между переменными величинами, то составляются таблицы величин — аргумента и функции, причем в этом случае значения функции являются приближенными.

П Рассмотрим взаимосвязь между ценой некоторого продукта p и величиной спроса на этот продукт d, которая может быть представлена таблицей (табл. 4.1).

Таблица 4.1

p (руб.)	100	120	140	160	180	...
d (тыс. шт.)	20	18	16	14	12	...

Как видно из таблицы, спрос убывает с возрастанием цены;

• ***графический*** — при этом способе зависимость значения функции от аргумента задается графиком. В средней школе обычно рассматривают только числовые функции, область определения которых состоит из действительных чисел и значения которых являются действительными числами. Графиком такой функции f называется множество точек $P = (x; y)$ числовой плоскости, координаты которых x и y удовлетворяют равенству $y = f(x)$.

Примером графической зависимости может служить также медицинская электрокардиограмма;

• ***словесный*** — в этом случае функция описывается правилом ее составления. В качестве примера рассмотрим функцию Дирихле:

$$f(x) = \begin{cases} 1, \text{ если } x \text{ — рационально;} \\ 0, \text{ если } x \text{ — иррационально.} \end{cases}$$

4.5. Классификация функций одной переменной

В зависимости от характера действий, которые надо производить над значением аргумента, чтобы получить соответствующее значение функции, устанавливается следующая классификация функций:

• ***целые рациональные функции***, или ***многочлены***, — такие функции от аргумента x, в которых над значением аргумента x и некоторыми постоянными выполняются операции: сложения, вычитания, умножения, деления, возведения в целую и положительную степень (и притом конечное число раз).

Общий вид целой рациональной функции (многочлена n-й степени):

$$P_n = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \ldots + a_{n-1}x + a_n,$$

где n — целое положительное или равное нулю число; $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}, a_n$ — коэффициенты (постоянные числа).

Частные случаи: прямая пропорциональная зависимость $y = kx$; линейная зависимость $y = kx + b$; квадратичная зависимость $y = ax^2 + bx + c$;

• ***дробно-рациональные функции*** — функции $R(x)$, представимые в виде частного от деления двух целых рациональных функций:

$$R(x) = \frac{a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_{n-1}x + a_n}{b_0x^m + b_1x^{m-1} + \ldots + b_{m-1}x + b_m},$$

где $n \in \mathbf{Z}$, $m \in \mathbf{Z}$; $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}, a_n$; $b_0, b_1, b_2, \ldots, b_{m-1}, b_m$ — коэффициенты (постоянные числа);

• ***рациональные функции*** — совокупность целых рациональных и дробно-рациональных функций. Например, функция $y = 3x^3 - 2x^2 + 2x - 3$ является целой рациональной функцией, или многочленом 3-й степени относительно x; функция $y = \frac{3x^3 - 2x^2 + 2x - 3}{5x^2 + 2x - 3}$ является дробно-рациональной функцией.

Частные случаи: обратная пропорциональная зависимость $y = \frac{k}{x}$; дробно-линейная функция $y = \frac{ax + b}{cx + d}$;

• ***иррациональные функции*** — функции, над аргументом x которых кроме перечисленных ранее первых пяти алгебраических операций производится еще операция извлечения корня конечное число раз и результат не является рациональной функцией. Например, функция $y = \sqrt{\frac{2x^2 - 3x + 2}{3x^2 + 2x - 3}} + (\sqrt[3]{x} - 1)^2$ является иррациональной функцией;

• ***алгебраические функции*** — совокупность рациональных и иррациональных функций;

• ***трансцендентные функции*** — всякая неалгебраическая функция. Простейшими трансцендентными функциями являются:

1) показательная функция $y = a^x$ $(a > 0,\ a \neq 1)$; $y = e^x$ (экспонента);

2) логарифмическая функция $y = \log_a x$ $(a > 0,\ a \neq 1)$; $y = \ln x$ (натуральный логарифм);

3) тригонометрические функции: $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$;

4) обратные тригонометрические функции: $y = \arcsin x$, $y = \arccos x$, $y = \operatorname{arctg} x$, $y = \operatorname{arcctg} x$.

4.6. Четность и нечетность функций одной переменной

Укажем в заключение одно важное свойство функции одной переменной.

путем описывается функциональная зависимость между переменными величинами, то составляются таблицы величин — аргумента и функции, причем в этом случае значения функции являются приближенными.

П Рассмотрим взаимосвязь между ценой некоторого продукта p и величиной спроса на этот продукт d, которая может быть представлена таблицей (табл. 4.1).

Таблица 4.1

p (руб.)	100	120	140	160	180	...
d (тыс. шт.)	20	18	16	14	12	...

Как видно из таблицы, спрос убывает с возрастанием цены;

• ***графический*** — при этом способе зависимость значения функции от аргумента задается графиком. В средней школе обычно рассматривают только числовые функции, область определения которых состоит из действительных чисел и значения которых являются действительными числами. Графиком такой функции f называется множество точек $P = (x; y)$ числовой плоскости, координаты которых x и y удовлетворяют равенству $y = f(x)$.

Примером графической зависимости может служить также медицинская электрокардиограмма;

• ***словесный*** — в этом случае функция описывается правилом ее составления. В качестве примера рассмотрим функцию Дирихле:

$$f(x)=\begin{cases}1, \text{ если } x \text{ — рационально;}\\ 0, \text{ если } x \text{ — иррационально.}\end{cases}$$

4.5. Классификация функций одной переменной

В зависимости от характера действий, которые надо производить над значением аргумента, чтобы получить соответствующее значение функции, устанавливается следующая классификация функций:

• ***целые рациональные функции***, или ***многочлены***, — такие функции от аргумента x, в которых над значением аргумента x и некоторыми постоянными выполняются операции: сложения, вычитания, умножения, деления, возведения в целую и положительную степень (и притом конечное число раз).

Общий вид целой рациональной функции (многочлена n-й степени):

$$P_n = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \ldots + a_{n-1}x + a_n,$$

где n — целое положительное или равное нулю число; a_0, a_1, a_2, ..., a_{n-1}, a_n — коэффициенты (постоянные числа).

Ответить на вопросы

1.Что понимают под областью определения и множеством значений?

2.Способы описания функции.

3.Установить взаимосвязь при помощи табличного способа между ценой и предложением гречневой крупы.

4. Дать понятие графического метода.

5. Привести примеры словесного метода

6. Понятие целой рациональной функции. Привести примеры.

7. Понятие дробно-рациональной функции.

8. Понятие рациональной функции

9. Понятие трансцендентной функции.