ГЛАВА 20

ОСНОВАНИЯ ГЕОМЕТРИИ В ПРОСТРАНСТВЕ

20.1. Основные неопределяемые понятия геометрии

Традиционно в школе сначала изучают планиметрию, т. е. геометрию на плоскости, затем — геометрию в пространстве — *стереометрию*.

Геометрия изучает свойства и признаки геометрических фигур. Мы уже определили многие фигуры на плоскости (угол, треугольник, окружность и др.), однако все фигуры определить невозможно. В начале курса геометрии приходится вводить некоторые *неопределяемые понятия*.

В геометрии пространства имеются четыре основных неопределяемых понятия: *точка*, *прямая*, *плоскость* и *пространство*.

Эти понятия, являясь идеальными геометрическими объектами, возникли вследствие отвлечения (абстрагирования) от всего несущественного и случайного в реальных физических объектах окружающего нас мира и их отношениях.

Все *геометрические фигуры состоят из точек*. ***Точки*** *не имеют размеров. Множество всех точек образует* ***пространство***.

Пусть даны две точки A и B (рис. 20.1, *а*). Проведем через точки A и B прямую (рис. 20.1, *б*). У нас появляется еще одно важное понятие геометрии — ***прямая***, которая также состоит из точек. Изобразить прямую целиком невозможно, мы лишь условно изображаем ее часть.

Как и в курсе планиметрии, точки в пространстве будем обозначать прописными латинскими буквами A, B, C, ..., а прямые — малыми строчными латинскими буквами — a, b, c, l, m, n, ...

Часто будет использоваться еще одно неопределяемое понятие — ***плоскость***. Пространство содержит бесчисленное множество плоскостей. Представление о плоскости (точнее, о ее части) может дать поверхность крышки стола или поверхность моря в тихую погоду.

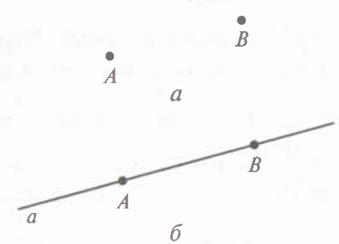

Рис. 20.1

Рис. 20.2

Плоскости будем обозначать малыми греческими буквами α, β, γ, ..., а изображать — одним из способов, указанных на рис. 20.2.

20.2. Аксиомы пространства

Систематическое изучение геометрии основывается на использовании *аксиоматического метода*. Реализация этого метода, в котором заключена суть логической структуры геометрии, производится по следующей схеме:

1) перечисляются основные неопределяемые понятия;

2) формулируются аксиомы, описывающие свойства основных понятий;

3) используя неопределяемые понятия, даются определения других понятий;

4) на основании вышеизложенного доказываются теоремы — свойства различных геометрических фигур.

Рассмотрим *некоторые аксиомы геометрии.*

Аксиомы *— утверждения, принимаемые без доказательства, — отражают свойства основных понятий геометрии.* Свойства фигур, имеющихся в аксиомах, многократно проверены на практике и потому, как правило, интуитивно очевидны.

При любом построении курса геометрии начинают с аксиом, описывающих свойства точек, прямых и плоскостей.

A1 *Существует хотя бы одна прямая и хотя бы одна плоскость. Каждая прямая и плоскость есть несовпадающее с пространством непустое множество точек. Какова бы ни была плоскость, существуют точки, принадлежащие этой плоскости, или не принадлежащие ей.*

A2 **Аксиома прямой.** *Через две любые различные точки проходит одна и только одна прямая.*

Прямую, проходящую через точки A и B, обозначают AB.

A3 **Аксиома плоскости.** *Через три точки, не принадлежащие одной прямой, проходит одна и только одна плоскость.*

Плоскость, проходящую через точки A, B и C, не принадлежащие одной прямой, будем обозначать ABC.

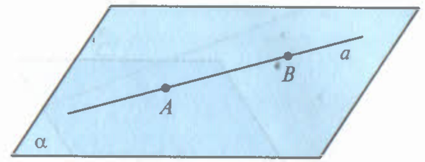

Рис. 20.3

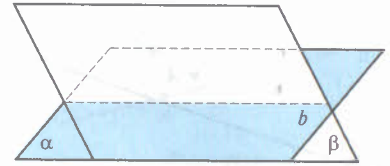

Рис. 20.4

A4 **Аксиома прямой и плоскости.** *Прямая, проходящая через две различные точки плоскости, лежит в этой плоскости.*

Выражение «прямая a лежит в плоскости α» (рис. 20.3) означает, что прямая a является подмножеством плоскости α, т. е. $a \subset \alpha$. Иначе говорят: «прямая a содержится в плоскости α», а также «плоскость α проходит (проведена) через прямую a».

A5 *Если две различные плоскости имеют общую точку, то их пересечение есть прямая.*

Две плоскости, пересечением которых является прямая ($\alpha \cap \beta = b$), называются *пересекающимися плоскостями* (рис. 20.4).

В основной школе была введена одна из наиболее важных аксиом геометрии — *аксиома параллельных.*

A6 *Через любую точку, не лежащую на данной прямой, проходит одна и только одна прямая, параллельная данной.*

Связь планиметрии и стереометрии осуществляет следующая аксиома.

A7 *В каждой плоскости пространства выполняются все аксиомы планиметрии.*

20.3. Первые теоремы курса геометрии

Если аксиомы принимаются без доказательства, то утверждения, которые необходимо доказать, называются *теоремами*, а проводимые при этом рассуждения есть попытки доказательства теорем. В этих рассуждениях (доказательствах) мы опираемся на аксиомы, определения и уже доказанные теоремы. При проведении доказательств теорем мы овладеваем некоторыми методами доказательств.

Каждая доказываемая теорема состоит из двух частей:

а) данные теоремы (условие теоремы);

б) предложение (утверждение), которое требуется доказать (заключение теоремы).

После изучения условия теоремы необходимо *построить чертеж* (*рисунок*).

14 группа.

„Повар, кондитер"

(09 января)

Тема: Основные понятия стереометрии.

Задание 1. Самостоятельно ознакомиться с разделами:

20.1. Основные неопределяемые понятия геометрии.

20.2. Аксиомы пространства.

Задание 2. Выписать аксиомы пространства.

Задание 3. Ответить на вопросы:

1) Что такое стереометрия?

2) Перечислить основные понятия стереометрии.

3) Что такое аксиома?

4) Как в стереометрии принято обозначать точки, прямые, плоскости?

5) Сколько точек содержит прямая?

BOSCH